РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА
по дисциплине
«ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ»
на тему
ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (ДПФ)

Для сигнала

$$u(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + A_3 \sin(\omega_3 t + \theta_3) + A_4 \cos(\omega_4 t + \theta_4)$$

с указанными в индивидуальном задании параметрами:

1. Генерировать отсчеты для значения $T_д$ в соответствии с теоремой Котельникова. Построить графики непрерывного и дискретного сигналов во временной области (в одних координатных осях).

2. Выполнить ДПФ сигнала для значений $T_д$, построить графики модуля ДПФ. Привести таблицы значений гармоник n (начиная с n=0), коэффициентов ДПФ C_n, модулей коэффициентов ДПФ и аргументов коэффициентов ДПФ.

3. Проанализировать полученную таблицу и сделать предварительный вывод о правильности определения ДПФ (по наличию в таблице «нужных» ненулевых значений ДПФ).

4. По значениям ДПФ восстановить непрерывный сигнал $u(t)$. В одних координатных осях с графиками пункта 1 построить график восстановленного сигнала. Сделать вывод о результатах работы.

Индивидуальные задания

Ф.И.О.	Параметры сигнала												
	A_0	A_1	f_1	θ_1	A_2	f_2	θ_2	A_3	f_3	θ_3	A_4	f_4	θ_4
Андреев А.Р.	40	130	70	45°	60	80	-30°	15	100	30°	50	50	-45°
Егоров Д.А.	-30	95	50	30°	50	170	-120°	20	90	60°	-40	100	45°
Енцов Р.С.	20	30	100	-60°	80	60	90°	25	250	30°	50	50	-45°
Иванов А.И.	30	55	130	45°	100	40	-60°	30	50	0°	-40	100	45°
Кораков А.О.	-40	80	170	-90°	50	200	45°	35	50	120°	20	100	-45°
Наумов О.Ю.	55	90	150	120°	120	50	-30°	40	250	45°	35	100	45°
Никитина Е.Г.	-30	85	150	-60°	60	550	90°	45	200	-120°	70	100	-45°
Петрова Е.А.	25	100	25	-45°	45	500	30°	50	150	90°	10	50	45°
Серебряков В.С.	-60	95	150	-90°	120	250	45°	55	100	30°	10	50	-45°
Шигильдеев А.И.	40	25	450	30°	140	150	-60°	60	250	135°	50	50	45°
Якимов А.В.	10	60	25	-30°	132	75	45°	30	125	0°	50	50	-45°

Методические рекомендации

Пункт 1. Для генерации отсчетов в соответствии с теоремой Котельникова необходимо определить верхнюю граничную частоту спектра исходного сигнала. Поскольку входной сигнал представляет собой сумму известных гармонических сигналов, то в качестве верхней граничной частоты спектра исходного сигнала можно принять $f_{\text{в}} = \max[f_1, f_2, f_3, f_4]$. По известной верхней граничной частоте не представляет труда определить минимально-необходимую частоту дискретизации исходного сигнала $f_{\text{дmin}} = 2 f_{\text{в}}$.

Примечание 1: рекомендуется при выполнении расчетно-графической работы использовать частоту дискретизации, превышающую минимально-необходимую, для получения хороших результатов в п. 4.

При дискретизации исходного сигнала необходимо определить его период повторения *T*. Для этого вычисляем частоту первой гармоники исходного сигнала как $f^{(1)} = \text{НОД}[f_1, f_2, f_3, f_4]$. Следовательно, $T = 1/f^{(1)}$. Число отсчетов на периоде исходного сигнала определяется по формуле $N = T/T_{\text{д}} = f_{\text{д}}/f^{(1)}$, где $T_{\text{д}}$ - период дискретизации.

Пункт 2. В соответствии с формулой ДПФ

$$C_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} u_k w^{nk},$$

где *k* – дискретное время, связанное с непрерывным равенством $t=kT_{\text{д}}$; *n* – дискретная частота, *n*=0,1,…,*N*-1, *n*=0 соответствует постоянной составляющей входного сигнала, *n*=1 соответствует первой гармонике входного сигнала (частоте $f^{(1)}$), *n*=2 соответствует второй гармонике входного сигнала (частоте $f^{(2)} = 2f^{(1)}$) и т.д.; u_k - отсчеты входного сигнала, взятые через равные промежутки времени $T_{\text{д}}$: $u_k = kT_{\text{д}}$; $w = e^{-j2\pi/N}$ - ядро преобразования.

Примечание 1: комплексная экспонента может быть вычислена по формуле Эйлера $e^{-j2\pi/N} = \cos(2\pi/N) - j\sin(2\pi/N)$.

Примечание 2: коэффициенты ДПФ представляют собой комплексные числа, которые можно представить в показательной форме как $C_n = |C_n| e^{j\varphi_n}$, где $\varphi_n = \arg(C_n)$ - аргумент комплексного числа, который и требуется занести в таблицу в соответствии с пунктом 2.

Пункт 4. Учитывая, что коэффициенту C_n с учетом коэффициента C_{-n} (или в силу периодичности коэффициента C_{N-n}) соответствует гармоническое колебание

$2|C_n|(\cos n\omega_1 t + \varphi_n)$, по коэффициентам ДПФ можно восстановить аналоговый сигнал $u(t)$ в виде конечной суммы:

$$u(t) = C_0 + 2|C_1|(\cos\omega_1 t + \varphi_1) + 2|C_2|(\cos 2\omega_1 t + \varphi_2) + \ldots + 2|C_n|(\cos n\omega_1 t + \varphi_n) +$$
$$+ \ldots + 2\left|C_{\frac{N-1}{2}}\right|\left(\cos\frac{N-1}{2}\omega_1 t + \varphi_{\frac{N-1}{2}}\right)$$

при нечетном N,

$$u(t) = C_0 + 2|C_1|(\cos\omega_1 t + \varphi_1) + 2|C_2|(\cos 2\omega_1 t + \varphi_2) + \ldots + 2|C_n|(\cos n\omega_1 t + \varphi_n) +$$
$$+ \ldots + \left|C_{\frac{N}{2}}\right|\left(\cos\frac{N}{2}\omega_1 t + \varphi_{\frac{N}{2}}\right)$$

при четном N,

где $\omega_1 = 2\pi f^{(1)}$ - круговая частота первой гармоники.

Контрольную работу рекомендуется выполнять с использованием пакетов математического моделирования MathCad или MatLab и их графических возможностей.