Лабораторная работа 3 (14)
Дискретные системы. Фильтры с конечной импульсной характеристикой

Цели лабораторной работы:

1) научиться соотносить реакцию дискретного фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр) с его передаточной функцией;

2) научиться использовать нули передаточной функции для графической визуализации частотной реакции без применения математики и применять это знание для построения дискретных реакций для систем низкого порядка;

Основные сведения

Известно, что дискретные фильтры могут строиться как с применением обратной связи, так и без неё. Последние известны как нерекурсивные или КИХ-фильтры.

Передаточная функция нерекурсивного фильтра может быть выражена как полином по отрицательным степеням комплексной переменной *z*. У КИХ-фильтра отсутствуют полюса, есть только нули, что упрощает задачу анализа таких фильтров.

Серьезная практическая реализация КИХ-фильтров обычно требует большого количества элементов задержки. Наиболее требовательна полоса пропускания. Простые примеры ФНЧ и ФВЧ могут быть реализованы с помощью четырех элементов задержки, как будет показано в в этой лабораторной работе.

Подготовка к выполнению работы

Эта подготовительная работа обеспечивает полный объем теории, необходимой для выполнения работы.

Вопрос 1. Для системы, изображенной на рис. 1, где nT – дискретные моменты времени с временем задержки T каждого модуля *Unit Delay* (т.е. временем между дискретными отсчетами), запишите разностное уравнение. Запишите передаточную функцию рассматриваемой дискретной системы. Запишите час-

тотный коэффициент передачи рассматриваемой системы $H\left(e^{i\omega T}\right)$.

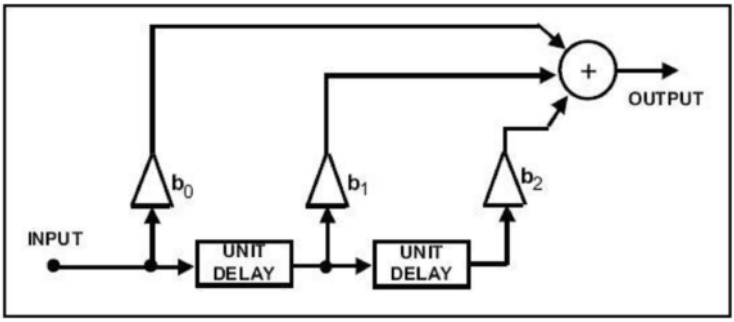

Рис. 1. Схема КИХ-фильтра с двумя модулями задержки

Вопрос 2. Задайте T = 1 с и для случая b_0 = 1; b_1 = –1,3; b_2 = 0,9025 в диапазоне ωT = 0…2π рад/с постройте модуль частотного коэффициента передачи $\left|H\left(e^{i\omega T}\right)\right|$. Разметьте ось частот как в единицах Гц, так и в рад/с. Вы должны обнаружить значительный провал в характеристике вблизи 0,13 Гц.

Вопрос 3. Запишите передаточную функцию фильтра

$$H(z) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} = z^{-2}[b_0 \cdot z^2 + b_1 \cdot z + b_2]$$

в виде произведения сомножителей. Убедитесь, что для случая b_0 = 1; b_1 = –1,3; b_2 = 0,9025 квадратное уравнение в скобках, записанное в форме $(z - z_1)(z - z_2)$, имеет следующие корни z_1 и z_2:

$$z_1 = 0{,}95e^{j0{,}260\pi}; \quad z_2 = 0{,}95e^{-j0{,}260\pi}. \qquad (1)$$

Убедитесь, что модуль частотного коэффициента передачи (АЧХ) может быть выражен как:

$$|H(\omega)| = b_0|(e^{jT\omega} - z_1)| \cdot |(e^{jT\omega} - z_2)|. \qquad (2)$$

Вопрос 4. Графическое изображение полюсов и нулей

Мы готовы перейти к графической интерпретации частотной характеристики рассматриваемой системы. Отметьте на комплексной плоскости точки, соответствующие z_1 и z_2, полученные в уравнениях (1). Оцените значение АЧХ $|H|$ при ω = π/5. Для этого разместите на комплексной плоскости точку $e^{j\pi/5}$. Соедините её с точкой z_1 прямой линией. Длина этой линии равна $|e^{j\pi/5} - z_1|$

Проделайте то же самое с z_2, чтобы получить $|e^{j\pi/5} - z_2|$. Согласно уравнению (2) искомое значение $|H(\pi/5)|$ – это произведение длин двух линий.

Вопрос 5. Повторив это для остальных значений ω, мы можем получить быструю оценку графика $|H|$ в зависимости от ω (делать это графически в лабораторной работе не надо!). Важно отметить, что функция $e^{jT\omega}$ графически представляется окружностью единичного радиуса с центром в начале координат. Таким образом, чтобы получить оценку АЧХ, можно просто пройтись по точкам окружности против часовой стрелки, начав движение в точке с координатами (1, 0).

Как по вашему, на какой частоте рассматриваемый фильтр будет иметь нулевой коэффициент усиления?

Вопрос 6. В нашем примере интервал дискретизации был равен T = 1 с. Возьмём T = 100 мкс. Определите нули АЧХ. Постройте АЧХ системы. Влияет ли значение T на нули $H(z)$? Влияет ли значение T на АЧХ системы.

Покажите, что $|H(\omega)|$ периодическая, определите её период в Гц.

Необходимое оборудование для выполнения лабораторной работы:

- ПК с установленной программой LabVIEW 2009 (или более поздней версии) и инструментарием «Digital Filter Design»;
- платформа NI ELVIS 2 или 2+ с USB-кабелем для подключения;
- установленная плата EMONA SIGEx;
- набор проводов;
- два 2-мм провода BNC.

Порядок выполнения работы

Настройка комплекта NI ELVIS/SIGEx

1.Запустите приложение VI SIGEx.

2. Откройте вкладку 14 программного интерфейса SIGEx SFP.

Примечание: Для остановки работы VI SIGEx по окончании эксперимента предпочтительнее использовать кнопку STOP самого SIGEX SPF, чем стандартную кнопку LabVIEW. Это позволит программе провести нормальное завершение работы, и закрыть все открытые каналы сбора данных.

Часть 1. ФНЧ на базе КИХ-фильтра второго порядка

В этой части мы реализуем фильтр, изображенный на рис. 1. Рис. 2 показывает схему соединений на макетной плате. Усилители b_0, b_1, b_2 реализуют коэффициенты b_0, b_1, b_2 соответственно.

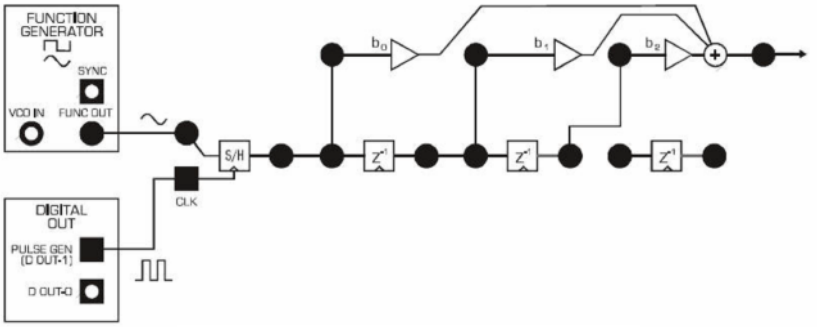

Рис. 2. Модель SIGEx для КИХ-фильтра

3. Соберите модель, как показано на рис. 2.

Настройки:

- весовые коэффициенты: $b_0 = 1{,}0$; $b_1 = -1{,}3$; $b_2 = 0{,}902$;
- генератор импульсов: 10 кГц, коэффициент нагрузки 0,5 (50 %);
- функциональный генератор: 1000 Гц, 4 В, синусоида (настройка функционального генератора осуществляется в приложении *Instrument Launcher*);
- осциллограф: развёртка 4 мс, триггер восходящего фронта на CH0, уровень срабатывания 0 В.

На осциллографе проверьте, чтобы временной интервал между дискретами соответствовал опорному сигналу с генератора импульсов.

4. Измерьте и запишите в таблицу модуль входного аналогового сигнала фильтра и модуль его реакции для диапазона частот от 300 Гц до 3 кГц. Обратите внимание, что измерение амплитуды может быть осложнено на высоких частотах. Предполагается, что вы можете изменять развёртку и использовать кнопки Run/Stop или Y-Autoscale.

Убедитесь, что модуль реакции содержит глубокий провал.

Вопрос 7. Измерьте частоту провала и его глубину относительно реакции для постоянного тока. Также измерьте временную задержку как функцию частоты на нескольких точках.

Частота сигнала	Амплитуда входного сигнала	Амплитуда выходного сигнала	Временная задержка

5. Для используемых значений b_0, b_1, b_2 определите нули фильтра в z-плоскости. Убедитесь, что в правильности знаков коэффициентов (все нули должны располагаться в правой части).

Сравните измеренную частотную реакцию с реакцией, полученной графическим методом.

Вопрос 8. Как убедиться в том, что измеренная частота провала согласуется с нулями фильтра? Напомним, что положение изображающей точки на окружности единичного радиуса, соответствующее 180 градусам, определяется частотой f=1/(2T).

6. Слегка уменьшите коэффициент b_1, и проследите, как это скажется на модуле реакции. Измерьте новую частоту провала. Определите новое расположение нулей для соответствующего значения b_1. Убедитесь, что измерения соответствуют теории.

Вопрос 9. Определите и запишите новую частоту провала для полученного значения b_1. Задокументируйте отношения между b_1 и частотой провала.

7. Очень незначительно (процента на 2-3) уменьшите значение b_2, и снова следите за поведением модуля реакции. В выходном сигнале должна уменьшиться глубина провала. Попробуйте определить примерную позицию нулей исходя из глубины провала.

Часть 2. Использование ФНЧ для удаления интерференции

В следующей части мы применим ФНЧ для удаления интерференционного тона. Представьте такую практическую ситуацию: мы пытаемся получить сообщение от удаленного передатчика на частоте f_1, но наш сосед передает некое сообщение на частоте f_2, оказывающей влияние на получение сообщения с частотой f_1.

8. Оставьте генератор импульсов на 10000 Гц и сохраните настройки коэффициентов из п. 4 части 1.

9. Используйте аналоговый выход для создания сигналов с частотами f_1 и f_2, используя сумматор «*f + g*», чтобы создать сигнал *результирующий сигнал*. **Убедитесь**, что сигнал DAC – 0(f_1) - синусоида с частотой 500 Гц, и сигнал DAC – 1(f_2) синусоида с частотой 1300 Гц**.**

10. Отобразите каждый выход отдельно, а так же сумму выходов. Отобразите оба сигнала во временной области и в частотной области. Покажите, что сигнал f_2 может быть подавлен ФНЧ, если блокировка настроена на 1,3 кГц (в соответствии с выставленными коэффициентами фильтра).

Вопрос 10. Какой уровень аттенюации (уменьшения) сигнала f_2 для оригинальных позиций нулей.

11. Чуть-чуть изменяйте значения b_1 в каждом направлении и следите за изменениями выходного сигнала.

Вопрос 11. Из данных эксперимента 12 определите, как надо изменить значение b_1 для уменьшения частоты блокировки?

12. Отобразите входной двутональный сигнал на CH1 и выходной сигнал блокирующего фильтра на CH0.

13. Переключитесь между вкладкой 14 и вкладкой PZ PLOT программного интерфейса SIGEx во время настроек. Обратите внимание, как двигаются нули при изменении b_1. Определите, как связана частота блокировки относительно положения нулей.

14. Введите в поле «clock freq» вкладки PZ PLOT значение частоты дискретизации 10000Гц и вы получите расчетное значение частоты блокировки.

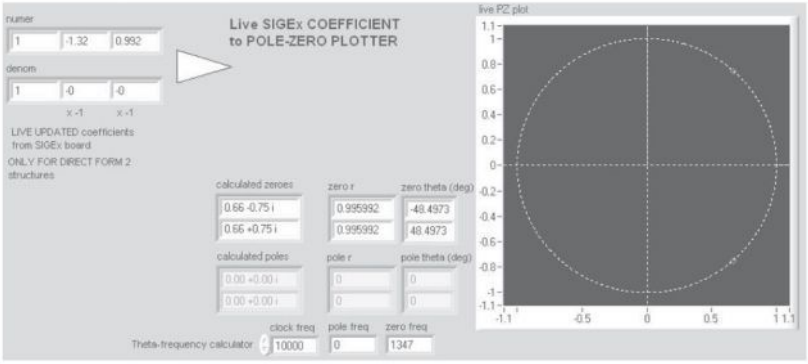

Рис. 3. Пример вкладки PZ PLOT
программного интерфейса SIGEx

15. Меняйте значение b_1 до тех пор, пока не исчезнет нижний частотный компонент двухтонального сигнала (компонент с частотой 500 Гц). Используйте для визуализации FFT дисплей и PZ PLOT. Сейчас вы использовали свойство селективности (избирательности) фильтра посредством изменения его передаточной функции.

Вопрос 12. При каком значении b_1 вы достигли максимального подавления нижней компоненты двухкомпонентного сигнала по отношению к верхней компоненте? Какие уровни вы замеряли?

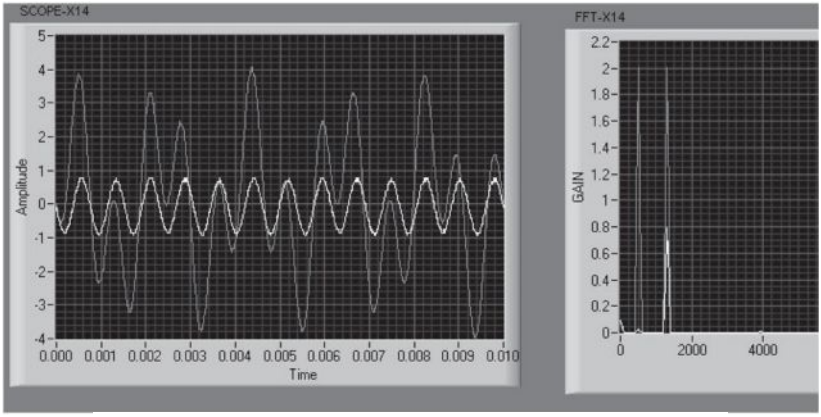

Рис. 4. Демонстрация действия блокирующего фильтра

23. Пропустите дискретизированный выходной сигнал блокирующего фильтра через восстанавливающий фильтр TUNEABLE LPF для «очистки» сигнала. Продолжайте экспериментирование с b_1 наблюдая за непрерывным выходным сигналом для каждой компоненты. Посмотрите насколько «чиста» восстановленная синусоида.

Справочный материал

Частотные характеристики фильтра

```
%---------------АЧХ ФИЛЬТРА-----------------
f = [0:1e-3:1]*fd;
H = freqz(b,1,2*pi*f/fd);
figure
plot(f,20*log10(abs(H)))
grid
```

Отображение нулей и полюсов фильтра

```
zplane (z, p)
zplane (b, a)
```

Входными параметрами являются векторы-столбцы нулей и полюсов `(z, p)` либо векторы-строки коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи `(b, a)`.